VIII. A hálózattudomány és az internet kapcsolata

Beláz Annamária

DOI: 10.36250/00734.08

1. A fejezet célkitűzése

A fejezet célja az előző fejezetben megismert, a hálózattudományban használt alapfogalmak kontextusba helyezése. A fejezet áttanulmányozása során a hallgatók megismerkednek a véletlen hálózatokkal, a kisvilág-elmélettel, valamint a skálafüggetlen hálózatokkal. Megvizsgáljuk, hogy ezek az elméletek alkalmasak-e a valódi hálózatok leírására. Bemutatjuk az internet és a hálózattudomány közötti összefüggéseket.

2. Véletlen hálózatok

A véletlen hálózatok bevezetéséhez nem szolgálhatna jobb példa, mint amelyet Barabási Albert-László, a hálózattudomány atyja használ számos publikációjában. Nézzük hát!

Tegyük fel, hogy egy partit szervezel, s a meghívott közel száz vendégből kezdetben senki sem ismeri a másikat. A megnyitót követően a vendégeket borral, sajttal és szendvicsekkel kínálod. Hamarosan azt fogod tapasztalni, hogy a vendégeid körülbelül harminc-negyven 2-3 fős csoportban beszélgetnek, hiszen a találkozás és mások megismerése olyan emberi vágy, amely mindig összehozza az embereket. Most említsd meg az egyik vendégnek, például Katinak, hogy a sötétzöld címkézetlen üvegben egy ritka, jó évjáratú bor van, sokkal jobb, mint a vörös címkéjű üvegben, de kérd meg, hogy ezt az értesülést csak az ismerőseivel ossza meg. Talán biztonságban érzed a drága borod, mert Katinak még csak néhány emberrel sikerült eddig találkoznia.

A vendégek időközben elkerülhetetlenül elunják magukat, ha túl hosszú ideig ugyanazzal az emberrel beszélgetnek, így továbbmennek, hogy csatlakozzanak egy másik csoporthoz. Egy külső megfigyelő talán semmi különöset nem venne észre a beszélgető csoportokat látva. Mégis a vendégeket, akik korábban találkoztak, láthatatlan szálak kötik össze. Ennek köszönhetően szövevényes utak alakulnak ki azok között is, akik még nem találkoztak. Például Kati és János nem ismerik egymást, de mind a ketten találkoztak már Zolival, így Katitól Jánosig Zolin keresztül vezet az út. A felcímkézetlen jó bor titka lassan elterjed az egész társaságban, eljut Katitól Zoliig, Zolitól pedig Jánosig.

Biztos lehetsz benne, hogy ha mindenki ismerné a másikat a vendégeid közül, akkor csak a jó bort fogyasztanák. Csakhogy 99 másik emberrel találkozni időigényes feladat.

Beláz Annamária (2020): A hálózattudomány és az internet kapcsolata. In Sasvári Péter szerk.: *Rendszerelmélet.* Budapest, Dialóg Campus. 141–157. DOI: https://doi.org/10.36250/00734.08

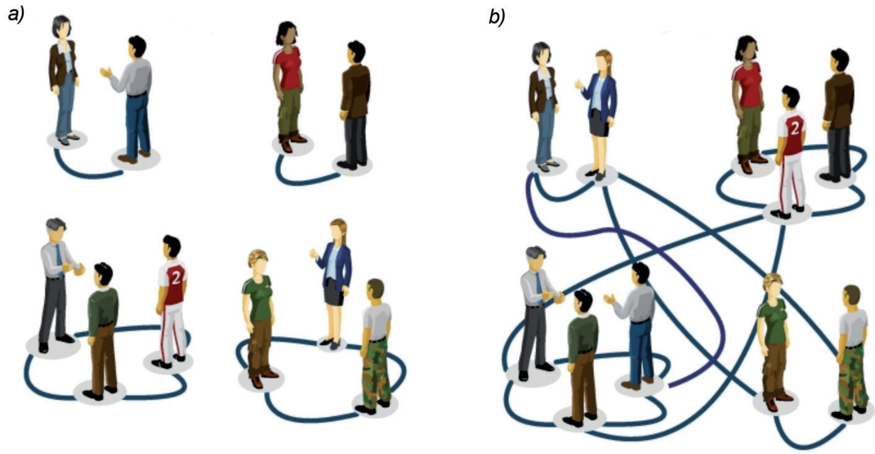
Még ha csak 10 percig is tart egy ilyen beszélgetés, ez a folyamat 16 órát venne igénybe! Mivel a partik ritkán nyúlnak ilyen hosszúra, joggal számítasz arra, hogy a parti végére marad néhány üveggel a jó borból.

De ne is reménykedj ebben! Ebből a fejezetből kiderül, hogy miért. Megvizsgáljuk, hogy a parti ismeretségi hálózata a klasszikus hálózatkutatásban használt véletlen hálózat modelljét veszi fel. A véletlen hálózatok elmélete alapján pedig elég csupán minden vendégnek legalább 1 másik vendéggel találkoznia ahhoz, hogy a jobb bor titka rövid idő alatt mindenkihez eljusson.

2.1. A véletlenhálózat-modell

2.1.1. A véletlen hálózatok története

A koktélparti példában bemutatott szituáció a részét alkotja egy olyan problémának, amellyel az előző fejezetben foglalkoztunk. Ez nem más, mint az Euler által felfedezett gráfelmélet. Az *1. ábrán* látjuk *a)* a parti kezdetén kialakult, egymástól elszigetelt beszélgető csoportokat, majd *b)* a vendégek elvegyülése után kialakuló ismeretségi hálózatot. Ebben a hálózatban a vendégek a gráf *csúcspontjai,* a találkozások során pedig kapcsolatok, azaz *élek* jönnek létre a csúcsok között. A találkozások véletlenül alakultak ki, így keletkezett a parti során egy ismeretségi hálózat, azaz egy *gráf.*



1. ábra
Ismertségi hálózat kialakulása egy partin, véletlen megismerkedések folytán

Forrás: BARABÁSI 2017

Észszerű megoldásnak tűnhet, de valójában felfoghatatlanul nagy kihívást jelent minden hálózatot gráfokra leegyszerűsíteni, hiszen hogyan találunk közös alapot egy sejt, az internet, egy baráti kör, vagy az egész társadalom ábrázolására? Nyilvánvaló, hogy a pontok közötti kapcsolatok létrejöttét más és más szabályok irányítják ezekben a hálózatokban.

Erdős Pál (1913–1996) és Rényi Alfréd (1921–1970) magyar matematikusok vállalkoztak e lehetetlennek tűnő feladat megoldására. 1959–1968 között megjelent nyolc tanulmányukban egyesítették a valószínűségszámítást, kombinatorikát és a gráfelméletet, ezzel megalapozva a matematika új tudományágát: a véletlen hálózatok elméletét. Tőlük függetlenül, de ugyanebben az időszakban Edgar Nelson Gilbert is létrehozta a véletlen hálózatok modelljét.

2.1.2. A véletlenhálózat-modell: Erdős–Rényi-hálózat

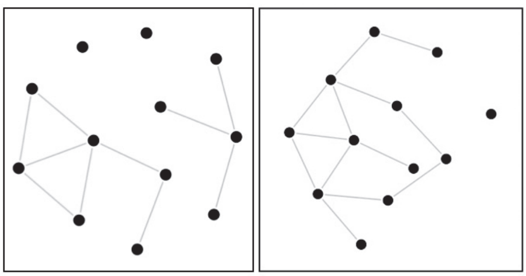
Az előző fejezetben láthattuk, viszonylag egyszerű a csomópontokból és élekből álló hálózatokat modellezni. A fő kérdés, hogyan létesítsünk kapcsolatokat a csomópontok között, ha szeretnénk visszaadni a valóságos hálózatok komplexitását. A valóságban létező hálózatok eltérő szabályrendszer alapján jönnek létre. Ahhoz, hogy közös keretben vizsgálhassák ezeket az összetett gráfokat, Erdős és Rényi szándékosan figyelmen kívül hagyta a köztük levő különbségeket. A valóságban előforduló hálózatok legtöbbjének nem kiszámítható, szimmetrikus a szerkezete, inkább véletlenszerűnek tűnnek.

A véletlen hálózatok elmélete ezért a hálózatok létrehozása és jellemzése során azok *nyilvánvaló véletlenszerűségét* veszi alapul. Azaz egy hálózat modellezése során a legészszerűbb, ha a kapcsolatokat (éleket) véletlenszerűen hozzuk létre a csomópontok között.

Egy véletlen hálózat N megjelölt csomópontból áll, és minden csomópontpár között egyforma, p valószínűséggel áll fenn kapcsolat. Edgar Nelson Gilbert vezette be ezt a G (n, p) modellt, amelyben az N számú csomópontból képezhető párok mind p valószínűséggel vannak összekötve. A véletlen hálózatok alapgondolata tehát a teljes egyenlőség, minden pontnak pontosan ugyanakkora esélye van arra, hogy megkapjon egy élt, mint a másiknak.

Egy véletlen gráfot, azaz véletlen hálózatot a következő lépéseket követve hozhatunk létre:

- Végy N különálló csomópontot!
- Válassz ki két csomópontot, majd állíts elő egy számot 0 és 1 között! Ha a szám nagyobb, mint p, akkor helyezz el egy kapcsolatot a két csomópont között, ha nem, hagyd őket összekötetlenül.
- Ismételd meg a 2. lépést minden további, azaz $N(N - 1)/2$ csomópontpárral!



2. ábra

Példák véletlen hálózatokra

Forrás: a szerző szerkesztése

A *2. ábra* látványosan szemlélteti a véletlenséget, hiszen két hálózat látható ugyanazzal az $N = 12$ és $p = 0{,}15$ paraméterekkel. Hiába ugyanazok azonban a paraméterek, a hálózatok, s bennük a kapcsolatok száma különbözik egymástól (az első esetben a kapcsolatok száma $L = 10$, a második esetben $L = 13$).

2.1.3. A véletlen hálózat kialakulása

Térjünk most vissza a koktélpartihoz, és alkalmazzuk a példára a fentiekben kifejtett véletlen hálózatok elméletét. Induljunk ki a sok egymást nem ismerő, elszigetelt vendégből. Helyezzünk el éleket a vendégek (pontok) között, így jelezve a véletlen találkozásokat. Mi fog történni? Ha csak néhány élt, azaz kapcsolatot helyezünk el, akkor néhány pont párt fog kapni, még több él elhelyezésével elengedhetetlen, hogy néhány párt összekapcsoljunk, így csoportok képződnek.

Tovább folytatva a kapcsolatok alkotását, úgy, hogy minden pontra *legalább egy él* jusson, megtörténik a csoda: az összes pont egy komplex hálózat részévé válik. Létrejön az úgynevezett *óriáscsoport.*

Az óriáscsoport egy olyan pontokból és élekből álló gráf, amelyben egy tetszőleges pontból elindulva, az élek mentén haladva bármely másik tetszőleges ponthoz eljuthatunk. A matematikában ezt a jelenséget az *óriáskomponens* megjelenésének nevezzük.

Ahhoz, hogy óriáskomponens létezhessen, a hálózatban található minden csomópontnak legalább egy másik csomóponthoz kell kapcsolódnia (azaz $\langle k \rangle = 1$). Vajon egy valódi hálózat teljesíti az óriáskomponens létezésének feltételét, és ha igen, valóban magában foglalja az összes csomópontot? A továbbiakban erre a kérdésre keressük a választ!

2.2. Kis világok – „Hatlépésnyi távolság”

Mindegyikünk egy nagy csoportnak, egy világméretű ismertségi hálózatnak a része, amelyből egyetlen ember sem marad ki. Bár nem ismerünk személyesen mindenkit ezen a világon, biztos, hogy bármelyik kettő ember között van elérési útvonal ebben a hálózatban. A szociológusok úgy becsülik, hogy név szerint kétszáz–ötszáz embert ismerünk. Ez mindenképp több, mint az óriáskomponens megjelenéséhez szükséges 1. Következésképpen az emberi társadalom, s ehhez hasonlóan más hálózatok is nem csupán egyszerű hálók, amelyekben minden pont között csak egyetlen kapcsolat van, hanem szövevényes, sűrű hálózatok.

„Ezen a bolygón mindenki hatlépésnyire van a másiktól. Hat lépés távolságra.” (GUARE 1990) Ismerősen hangzik ez a felvetés? A köztudatban régóta él a *kisvilág*-jelenség, más néven a „hat lépésnyi távolság” vagy *six degrees of separation.* A hálózattudományban ez azt jelenti, hogy bármely tetszőlegesen kiválasztott két csomópont között *kicsi/rövid* távolság van.

2.2.1. Milgram kisvilág-kísérlete

A kisvilág-jelenség bemutatására elsőként Stanley Milgram amerikai szociálpszichológus tett kísérletet. Az ismeretségi hálózatok bemutatására és két tetszőlegesen kiválasztott személy közötti átlagos távolság megmérésére irányult a kísérlete, amely a következőképpen állt össze.

Milgram Massachusetts államban kiválasztott két „csomópontot", egy bostoni tőzsdeügynököt és egy sharoni teológushallgatót. Ezután véletlenszerűen kiválasztott személyeknek küldött levelet két másik városba (Wichita, Omaha). A levél röviden tartalmazta a kutatásának célját, valamint az egyik „csomópont" fényképét, nevét, címét, valamint egyéb fontos adatokat. Arra kérte a címzetteket, hogy küldjék tovább a levelet annak a barátjuknak, családtagjuknak vagy ismerősüknek, akik szerintük a legnagyobb valószínűséggel ismerik a „csomópontot". Természetesen, ha a levél első címzettjei ismerték a célszemélyt, nekik kellett a levelet visszajuttatni Milgram részére. A kiküldött 296 levélből végül 64 érkezett vissza. Volt, amelyhez csupán 1, míg más levelekhez 11 közvetítőre volt szükség. Ezeknek az ismeretségi láncoknak a fényében Milgram arra a következtetésre jutott, hogy a közvetítők átlagos száma 5,5, azaz nagyon kicsi.

Milgram kísérlete óta számos kutató bebizonyította, hogy a kisvilág-jelenség nem csak az emberi kapcsolatokra, hanem minden hálózatra jellemző. De jogosan vetődik fel a kérdés, hogy miért van ez így, mi magyarázza a kicsi távolságok létét?

Egy egyszerű számítással választ tudunk adni erre a kérdésre. Vegyünk egy véletlen hálózatot, amelyben a csomópontok átlagos fokszáma $\langle k \rangle$. Ez azt jelenti, hogy egy pontból 1 lépéssel másik pontot érhetünk el, azaz

$\langle k \rangle$ számú csomópont esik egy kapcsolatnyira $d = 1$
$\langle k \rangle^2$ számú csomópont esik két kapcsolatnyira $d = 2$
$\langle k \rangle^3$ számú csomópont esik három kapcsolatnyira $d = 3$
$\langle k \rangle^d$ számú csomópont esik d kapcsolatnyira.

Ebből következik, hogy ha k nagy, akkor még kis d érték esetén is az elért pontok száma igen nagy lehet. Néhány lépésen belül akár az összes pontot elérhetjük a hálózatban. A kisvilág-jelenséget tehát könnyen matematikai képletté alakíthatjuk, amelynek segítségével, ha tudjuk a véletlen hálózatban a pontok számát, könnyen kiszámítható a távolság nagysága:

$$\langle d \rangle \approx \frac{logN}{\log\langle k \rangle}$$

Fontos megjegyeznünk, hogy ha egy hálózatban N csomópont van, akkor k^d nem lépheti túl az N-et. Azaz $k^d = N$.

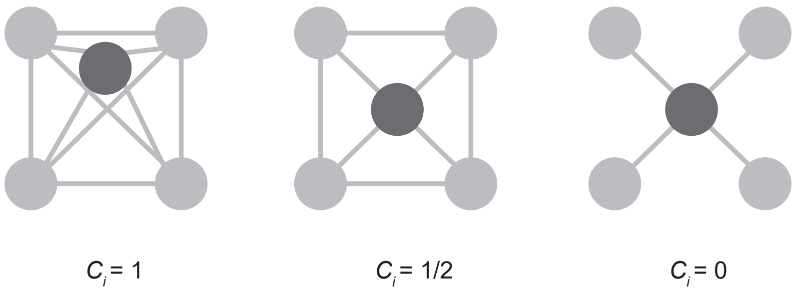
A fenti képlet alapján a kis távolság a logaritmikus tagnak köszönhető. Valójában egy igen nagy szám logaritmusa is mindig egészen kicsi, például az egymilliárd tízesalapú logaritmusa 9.

2.2.2. Watts–Strogatz- (kisvilág-) modell

A kisvilág-érzést gyakran az idézi elő, amikor kiderül, hogy egy azelőtt még sosem látott személy ismeri valamelyik barátunkat, családtagunkat. De mekkora annak az esélye a véletlenhálózat-modell alapján, hogy két barátunk ismerje egymást? Pontosan ugyanakkora, mint annak, hogy a legjobb barátunk ismeri az USA elnökét, egy velencei gondolást vagy egy kínai gyári munkást. Nyilvánvaló, hogy a társadalmunk nem így működik. A mindennapjaink során csoportoknak vagyunk a részei, így elkerülhetetlen, hogy a barátaink, a családtagjaink és a kollégáink ismerjék egymást.

A hálózatokban egy csomópont vizsgálata során, ha tudjuk egy csomópont fokszámát, az még nem mond el semmit arról, hogy a szomszédjai között milyen kapcsolat van. Ismerik egymást, vagy teljesen elkülönülnek egymástól, mennyi kapcsolatuk van? Ennek a kérdésnek a megválaszolására vezette be Duncan Watts és Steven Strogatz a klaszterezettségi (csomósodási vagy csoporterősségi) együtthatót.

A klaszterezettségi együttható megadja, hogy a hálózat valamely csomópontjának a szomszédjai milyen sűrűséggel kapcsolódnak egymáshoz. A csomósodási együttható mindig 0 és 1 közé eső szám, ahol a 0 azt jelenti, hogy a kiválasztott pont szomszédos csomópontjai között nincs kapcsolat, az 1 pedig azt jelenti, hogy a szomszédok teljes gráfot alkotnak.



3. ábra
Klaszterezettségi együttható: a 4 fokszámú csomópont C_i klaszterezettségi együtthatója a szomszédok három különböző elrendezésében

Forrás: BARABÁSI 2017

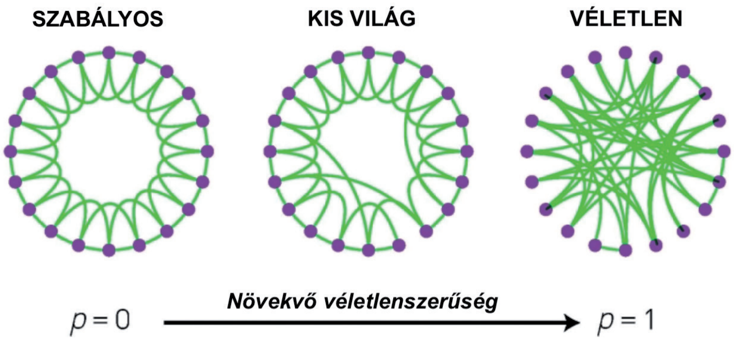
Watts és Strogatz megállapította, hogy a véletlenhálózat-modell nem írja le megfelelően a valóságos hálózatokat, mert azokban nagy a klaszterezettségi együttható, és rendelkeznek kisvilág-tulajdonsággal. Az általuk kidolgozott modell a szabályos gráfok és a véletlen hálózat közé esik. Míg a szabályos rácsban magas fokú a klaszterezettség, de nem alakul ki kis világ, addig a véletlen hálózatokban a csomóponterősség alacsony, de meg van benne a kisvilág-tulajdonság.

Watts és Strogatz modelljét a következőképpen írhatjuk le:

- Vegyünk N számú csomópontot, amelyek egy kör mentén helyezkednek el.
- Minden csomópont össze van kapcsolva a közvetlen és a második szomszédjával, tehát minden csomópontnak kezdetben 4 kapcsolata van. Ez azt jelenti, hogy a klaszterezettségi együttható magas. $\langle C \rangle = 3/4$
- Ezután p valószínűséggel átkötünk minden élt egy véletlenszerűen kiválasztott új csomóponthoz.

- Ennek eredményeként megmarad a magas klaszterezettség, de a véletlenül kiválasztott hosszú élek jelentősen lerövidítik a csomópontok közötti távolságot, így kialakul a kisvilág-tulajdonság. (Ha $p = 1$, akkor minden élt átkötünk egy új csomóponthoz, így visszakapjuk a véletlen hálózatot.)

Mit jelent ez a modell a gyakorlatban? Képzeljük el, hogy Zsolt és Péter jó barátok, egymás szomszédjaiként ugyanabban a faluban nőttek fel, jártak iskolába. Zsolt egy nap úgy dönt, hogy elutazik egy személyhez Brazíliába, akit az interneten ismert meg. Hogyan fog eljutni oda? Valószínűleg nem házról házra és faluról falura fog utazni, hanem inkább felhívja Pétert, aki néhány éve Brazíliavárosba költözött, és megkéri, hogy segítsen az új baráti körén keresztül kapcsolatot találni ehhez a személyhez.



4. ábra

Szabályos, kisvilág- és véletlenhálózat-modell összehasonlítása

Forrás: Barabási 2017

Összefoglalva tehát, a kisvilág-jelenség nem csak az emberek képzeletében vagy a köztudatban létezik, könnyen megérthető ez a jelenség a véletlenhálózat-modell segítségével. Napjaink társadalmában mindenkinek vannak távol élő ismerősei, nem hiányoznak a hosszú kapcsolatok a hálózatunkból. Számos hálózat rendelkezik kisvilág-tulajdonsággal, azonban a következőkben látni fogjuk, hogy a valós hálózatok gyakran eltérnek az imént ismertetett képlettől.

2.3. A véletlen hálózat kritikája

Ahogyan a 2.1.2. pontban kifejtettük, a véletlen hálózatokban a pontok teljesen egyenlők. Vetítsük ki ezt a gondolatot a 7,5 milliárd főből álló emberi társadalomra. Ha igaz lenne a véletlen hálózatok elmélete, akkor minden ember teljesen átlagos lenne, nagyjából ugyanannyi ismerőssel. Egy ilyen világban ugyanakkora eséllyel lenne egy magyar középiskolás diák legjobb barátja egy kínai gyári munkás vagy egy közép-afrikai gyapottermesztő, mint saját osztálytársai. Léteznének iskolák, vállalatok vagy államok, ha a társadalomban élő emberek teljesen véletlenszerűen lépnének kapcsolatba egymással?

A hálózatoknak szükségképpen van szervező elve, nem létezhetnek egy teljesen véletlenszerű folyamat eredményeként. Erdős és Rényi azonban soha nem próbálta megalkotni a hálózatok kialakulásának általános elméletét, nem törődtek azzal, hogy modelljük hűen tükrözi-e a valós hálózatok komplexitását. A véletlenhálózat-modell azonban jó viszonyítási alapul szolgál a valóságos hálózatok tulajdonságainak vizsgálatához. Milyenek tehát a valódi hálózatok, és hogyan írhatjuk le őket?

3. Skálafüggetlenség

A világ szükségszerűen eltér a véletlenhálózat-modelltől, az átlagostól, ezt illusztrálja, hogy a biológia leggyakrabban használt fogalma a diverzitás, azaz sokféleség, változatosság. A különböző tudományterületeknek megfelelően beszélhetünk bio-, genetikai, kulturális, vallási, társadalmi vagy akár politikai diverzitásról.

Mit jelent a sokféleség a hálózatokban? A csúcspontok nem lehetnek egyforma jelentőségűek, hanem eltérnek a kapcsolataik számában. A valóságos hálózatokban sok kicsi fokszámú és néhány kivételesen magas fokszámú csomópont megjelenését figyelhetjük meg. A valóságos hálózatok nem véletlenül alakulnak ki, rendező elvük a *skálafüggetlenség.*

3.1. Középpontok

A skálafüggetlen hálózatok és a véletlen hálózatok között a legfontosabb különbséget a fokszámeloszlás adja. Ahogyan az előző fejezetben láthattuk, a fokszámeloszlás annak a valószínűségét mutatja meg, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott csomópontnak pontosan *k* legyen a fokszáma, azaz *k* számú kapcsolattal rendelkezzen.

Egy *N* pontból álló hálózatban a fokszámeloszlás: $p_k = \frac{N_k}{N}$

Véletlen hálózatokban annak a valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott csomópontnak pontosan *k* legyen a fokszáma, három tényező szorzata adja. A tényezők alapján a fokszámeloszlás a binominális eloszlást követi. A binominális eloszlás és a Poisson-eloszlás ugyanazt a mennyiséget írja le, és sok közös tulajdonságuk is van, ezért a véletlen hálózatokban a számítások egyszerűsítése miatt inkább a közelítő értéket adó Poisson-eloszlást használjuk. A Poisson-eloszlás képe az úgynevezett haranggörbe, amelyben a pontok nagy része egy átlagos értéktartományban mozog, és ritkán találunk szélsőségeket. (Gondoljunk az emberek átlagmagasságára! Ez Magyarországon a férfiaknál 175, a nőknél 165 cm. Ritkán fordul elő, hogy ennél lényegesen magasabb vagy alacsonyabb személyekkel találkozunk.)

A Poisson-eloszlás a következő egyenlettel számítható ki:

$$p_k = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$$

Ezzel szemben a skálafüggetlen hálózatok a hatványfüggvény-eloszlást követik. A hatványfüggvény-eloszlást más néven Pareto-eloszlásnak nevezzük, Vilfredo Federico Damaso Pareto olasz származású közgazdász, politológus után. Pareto megfigyelte, hogy Olaszországban a lakosság kis része, néhány igen gazdag ember keresi a legtöbb pénzt, míg a lakosság nagy részének alacsony a jövedelme. Ezt a megfigyelést összekapcsolta a hatványfüggvénnyel.

Leírta, hogy a bevételek nagyjából 80%-a a lakosság körülbelül 20%-ához kerül (80/20-as szabály).

Miért foglalkozunk a hatványfüggvény-eloszlással? Véletlen hálózatokban közel azonos a csomópontok fokszáma, azonban a skálafüggetlen hálózatokban kialakulnak kiemelkedően nagy fokszámú középpontok. A középpontok kialakulása nem csak egy lehetőség, megjelenésük biztos, sőt minél nagyobb egy hálózat, annál nagyobb lesz a középpontok fokszáma. Nem lehet minden csomópont középpont is egyben. A hatványfüggvény-eloszlás megmutatja, hogy a csomópontok 80%-a kis fokszámú lesz, olyanok, mint amilyenekkel a véletlen hálózatokban találkozunk. Következésképpen a középpontok a hálózat csupán 20%-át teszik ki.

Nézzünk most gyakorlati példákat a középpontok létezésére. Elsőként gondoljunk a saját baráti körünkre. Mindannyiunknak vannak olyan ismerősei, akik zárkózottabbak, nehezen ismerkednek, így kevés kapcsolatot alakítanak ki az életük során. Vannak olyanok, akik beleillenek a szociológusok által becsült átlagba, és nagyjából 200–500 személyt ismernek név szerint. És vannak azok a barátok, akiknek mindenhol akad egy ismerősük, több ezer barátjuk van a közösségi oldalakon, és különleges adottságuk van ahhoz, hogy kapcsolatot teremtsenek. Ezek a személyek a társadalomban az összekötők, azaz középpontok (hubok).

De a középpontok létezése nem csak az emberi társadalomra jellemző. Gondoljunk a világon található összes repülőtérre. Ha a légi közlekedés rendszere a véletlen hálózat modelljét követné, az azt jelentené, hogy ugyanolyan fontosságú lenne a JFK, a Kisinyovi és a Balatonfőkajári repülőtér. Természetesen tudjuk, hogy ez nem így van. A világ legforgalmasabb 10 repülőtere (Los Angeles, London, Hong Kong, Párizs, Chicago, Dubai, Atlanta, Peking, Dallas, Tokió) bonyolítja le az éves utasforgalom 80%-át. A kicsi repülőtereket csupán néhány társaság használja, viszont a légi közlekedés hálózatában a nagy repterek fontos középpontként kötik össze egymással ezeket a kisebbeket.

3.2. A skálafüggetlenség jelentése

Egy hálózat akkor skálafüggetlen, ha fokszámeloszlása hatványfüggvénnyel írható le. De mit is jelent pontosan a skálafüggetlenség?

A véletlen hálózatokban a Poisson-eloszlással leírt fokszámeloszlás csúcsa azt mutatja meg, hogy a csúcspontok nagy részének ugyanannyi kapcsolata van, és ritkák az átlagtól eltérő pontok, tehát a pontok fokszámának van egy jellemző nagysága, egy skálája, amelyet könnyen elképzelhetünk és kiszámíthatunk egy tetszőlegesen kiválasztott pont segítségével.

Ezzel szemben a hatványfüggvény-eloszlásnak nincsen csúcsa, nem találunk átlagos pontot. A kevés számú, kiemelkedően sok kapcsolattal rendelkező csomóponttól a sok alacsony számú kapcsolattal rendelkező pontokig a csomópontok hierarchiáját figyelhetjük meg. A folytonos hierarchiában nincs lehetőség arra, hogy rábökjünk egy adott pontra, és azt mondjuk, hogy az összes többi pont ehhez az egyhez meglehetősen hasonlít. Ezekben a hálózatokban nincsen egy belső skála vagy tipikus pont, ezért nevezzük a hatványfüggvény-eloszlású hálózatokat skálafüggetlen hálózatnak.

3.3. Barabási–Albert-modell

3.3.1. Univerzalitás

1999-ben fedezte fel Albert Réka, Hawoong Jeong és Barabási Albert-László a web skálafüggetlenségét. Egy crawler (keresőmotor) számítógépes program segítségével feltérképezték a világháló egy részét. A crawlerprogram feladata, hogy a web bármely pontjáról (adott URL-halmazról) elindulva megvizsgálja az adott oldalt, kigyűjti az oldalon található hivatkozásokat (URL-eket), és letölti a hivatkozott oldalt, végül megvizsgálja a hivatkozott oldalról továbbmutató linkeket, majd a folyamat kezdődik elölről, ennek eredménye a web térképe.

Barabási és kutatócsoportja természetesen nem az egész világháló feltérképezését tűzte ki célul, „csupán” a Notre Dame Egyetemen működő 300 ezer dokumentumból és 1,5 millió hivatkozásból álló *nd.edu* tartományt vizsgálta. A különböző oldalak hivatkozásai alapján ekkor fedezték fel a középpontok létezését, a web skálafüggetlenségét.

A skálafüggetlen hálózat felfedezése óta számos valós hálózatról bebizonyosodott, hogy skálafüggetlen, többek között: telefonhálózat, anyagcsere, nyelvészet, közösségi oldalak, közlekedés. A bizonyítékok alapján kijelenthetjük, hogy a valós hálózatok jellemzően skálafüggetlenek, tehát a skálafüggetlen hálózatok univerzálisak.

Ez nem azt jelenti, hogy minden egyes valós hálózat skálafüggetlen. Sok fontos hálózat nem rendelkezik a skálafüggetlenség tulajdonságával, mivel a csomópontok kapcsolódási száma ezekben a hálózatokban korlátozott, így nem alakulhatnak ki középpontok. Ilyen hálózatokat figyelhetünk meg az anyagtudományban. Például a szénatom a legegyszerűbb olyan atom, amely négy elektronja révén négy másik atommal képes erős kovalens kötést létesíteni. Bárhogyan is rendezzük a szénatomokat, sohasem lesz négynél több a kapcsolataik száma.

3.3.2. Ultrakis világok, növekedés, preferenciális kapcsolódás

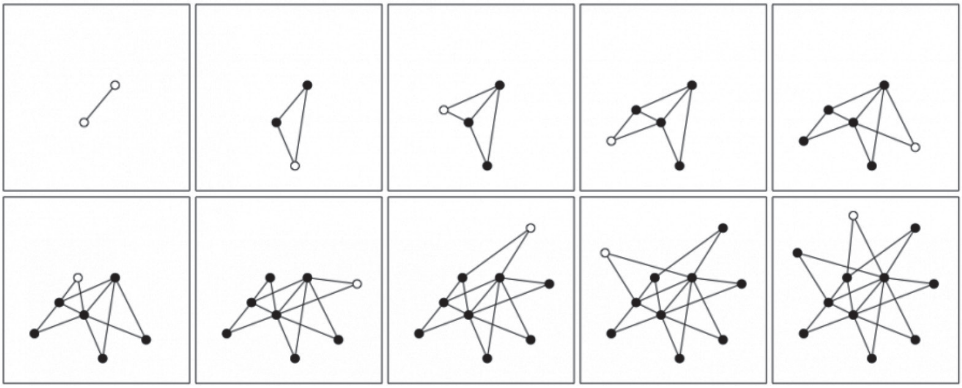
A bizonyítékok alapján látjuk, hogy a skálafüggetlen hálózatok univerzálisak, de ha meg akarjuk érteni, hogyan lehet az egymástól teljesen eltérő valós hálózatok felépítése ennyire hasonló, meg kell vizsgálni a skálafüggetlenséget létrehozó folyamatokat.

Barabási és kutatócsoportja két fontos tulajdonságát fedezte fel a skálafüggetlen hálózatnak, amelyek alapján határozottan elkülönülnek a véletlenhálózat-modelltől.

1. A hálózatok új csomópontok hozzáadásával növekednek.
   A valóságos hálózatok N folyamatos növekedésével jönnek létre, míg a véletlenhálózat-modellben az N (csomópontok) száma állandó.
2. Az új csomópontok inkább a több kapcsolattal rendelkező csomópontokhoz (középpontokhoz) kapcsolódnak.

A valóságos hálózatokban az új csomópontok a magasabb fokszámmal rendelkező csomópontokhoz igyekeznek kapcsolódni, ahogyan az *5. ábrán* látható. Az üres körök a hálózathoz kapcsolódó új csomópontokat jelölik. Ebben a modellben a legrégebbi csomópontok rendelkeznek a legtöbb kapcsolattal, ezt a jelenséget nevezi az üzleti élet első belépők előnyének.

A Barabási–Albert-modellel szemben a véletlen hálózatokban minden csomópontnak közel azonos a fokszáma, a kapcsolatok pedig véletlen módon jönnek létre.



5. ábra
A Barabási–Albert-modell által leírt fejlődés

Forrás: Barabási 2017

A középpontok megjelenése és szerepe a hálózatban azt jelenti, hogy valójában nem kis világok léteznek, hanem *ultrakis világok,* azaz a középpontok miatt lesznek a skálafüggetlen hálózatokban a távolságok rövidek, és ezek a távolságok mindig rövidebbek, mint egy ugyanolyan nagyságú véletlen hálózatban.

Összefoglalva: a „hat lépés távolság" lerövidült annak következtében, hogy a skálafüggetlen hálózatokban szinte minden esetben az utak a kiterjedt kapcsolatrendszerrel bíró középpontokon haladnak keresztül. Ráadásul a hálózatok sosem statikusak, hanem dinamikusak, szerkezeti felépítésük nem választható el az időbeli fejlődésüktől. Növekednek, új pontok jelennek meg, amelyek igyekeznek népszerűség alapján kapcsolódni egymáshoz, egy-egy új pont mindig igyekszik a kiterjedt kapcsolatrendszerű hubhoz kapcsolódni.

4. Az internet mint hálózat

Joseph C. R. Licklider, az MIT professzora és kutatója már évek óta a számítógépek és emberek közötti kapcsolatot vizsgálta, amikor 1962 augusztusában egy memorandumsorozatban kifejtette először az „Intergalaktikus Hálózat" névre keresztelt koncepcióját. Licklider elképzelte a globálisan összekapcsolt számítógépek olyan hálózatát, amelyhez bárki bármikor hozzáférhet, az adatok tárháza várja, valamint programokat tölthet le. Később részt vett az ARPANET kifejlesztésében kutatótársai, Robert Taylor és Lawrence Roberts mellett. Roberts visszaemlékezéseiben a következőt mondta: „Licknek volt egy zseniális ötlete az ún. intergalaktikus hálózatról […] Nem volt elképzelése hogyan kéne megépíteni ezt, hogyan valósulhatna meg mindez. Ő csak tudta, hogy ez nagyon fontos. Szóval leült velem szembe, és meggyőzött, hogy ez fontos. És meggyőzött, hogy valósítsam meg."

Licklider koncepciója szellemiségében nagyon hasonlít a mai világhálóhoz. A világháló ma olyan hálózat, amelyen a csomópontok az egyes *dokumentumok,* a kapcsolatok (élek) pedig az egységes erőforrás-azonosítók *(URL-ek).* A hálózaton való navigálást a *hiperlinkek,* azaz ugrópontok segítik. Nem véletlen, hogy a magyar és angol nyelvben egyaránt a világháló megnevezésének részét alkotja a háló kifejezés (világháló, angolul 'web'). Fontos megjegyezni, hogy a web és az internet különálló hálózatok. A web információs hálózat, ezzel ellentétben az internet infrastruktúra, csomópontjai az egyes számítógépek vagy routerek, kapcsolatai pedig a fizikai vagy vezeték nélküli összeköttetések (optikai kábelek, Wi-Fi, Bluetooth).

A web az egybilliónál több dokumentumával az emberek által valaha is létrehozott legnagyobb hálózat. Nem lehet eléggé hangsúlyozni, hogy mennyire fontos szerepet játszik a világháló a hálózattudományban. Nemcsak a mérések tesztkörnyezeteként szolgál, hanem a hálózati sajátosságok felfedezésében is kiemelkedő jelentősége van.

A fejezet következő részében megvizsgáljuk az internetet a hálózattudomány szempontjából. Elemezni fogjuk a működését az alkalmasság és a robusztusság szempontjából.

4.1. Alkalmasság

A világháló egy folyamatosan változó rendszer. Weblapok jelennek meg, szolgáltatások válnak a semmiből népszerűvé, míg mások talán évek óta léteznek, mégis csak egy szűk réteg ismeri őket. Tudjuk, hogy a web skálafüggetlen hálózat, s ennélfogva középpontok találhatók benne. De mi alapján dől el, hogy egy pont középpont lesz, vagy sem?

Ahogyan a 3.3.2. pontban megvizsgáltuk, a skálafüggetlen hálózatokra jellemző, hogy folyamatosan új csomópontok jelennek meg, és ezek a pontok igyekeznek a legtöbb kapcsolattal rendelkező csomópontokhoz kapcsolódni, így a korábban létrejött csomópontok elsőbbséget élveznek, valószínűleg több kapcsolattal rendelkeznek, mint új társaik. De önmagában a tény, hogy egy pont korábban jött létre, elegendő ahhoz, hogy hubbá váljon?

Az emberi társadalomban egyes személyeknek megvan a képességük arra, hogy közvetítővé váljanak. Hasonló folyamatot látunk a világhálón is. Egyes weboldalaknak megvan a képességük arra, hogy magukhoz láncolják a látogatóikat. Így alakul ki, hogy melyik hírportált olvassuk rendszeresen, melyik közösségi oldalon lesz felhasználói fiókunk, és melyik keresőmotort használjuk, ha információra van szükségünk.

Ezt a képességet *alkalmasságnak* (fitnesznek) nevezzük. A weboldalak, s általánosságban a skálafüggetlen hálózat csomópontjai eltérő alkalmasságúak, ebből látható, hogy annak a pontnak lesz nagyobb a fokszáma, amelynek nagyobb az alkalmassága.

4.2. Robusztusság

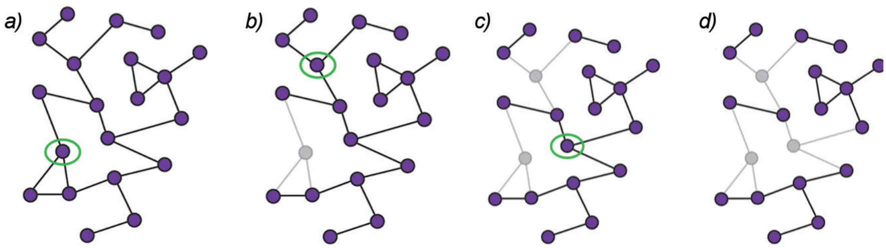
Az internet a valaha létrehozott legnagyobb hálózat, de nem mentes a meghibásodásoktól, zavaroktól. A természetben és a társadalomban előforduló rendszereknek van egy figyelemre méltó képessége: működésüket nagyobb zavarok nélkül változatlanul fenn tudják tartani még akkor is, ha néhány alkotóelem meghibásodik, sőt egyes rendszerek öngyógyulásra is képesek.

A robusztusság az internet infrastruktúra-tervezésekor a mérnökök legfőbb célja, hiszen olyan kommunikációs hálózatot kell tervezni, amely az alapfeladatait még a részegységei esetleges meghibásodásakor is képes megfelelően ellátni.

4.2.1. Hibatolerancia

Egy hálózat hibatűrő képességének vizsgálatához azt kell megfigyelnünk, hogyan változik a hálózat úthossza, ha néhány csomópontot a kapcsolataival együtt eltávolítunk. A robusztusság matematikai vizsgálatában a perkolációelmélet van a kutatók segítségére.

Egy csomópont meghibásodása vagy hiánya nem vezet a hálózat összeomlásához, hanem a fennmaradó csomópontok közötti távolság növekszik. Ez annak köszönhető, hogy kieshetnek olyan élek, amelyek biztosítják a hálózat összekapcsoltságát. A *6. ábra* bemutatja, hogy milyen hatással van a hálózatra, ha abból fokozatosan eltávolítunk csomópontokat (a zöld körrel jelzett pontokat). Amikor még csak egy pontot távolítunk el *[a) ábra],* még nem történik komoly probléma, az útvonal hossza változik, de a hálózat összefüggő marad. Azonban, ha további csomópontok hibásodnak meg, a hálózat kikerülhetetlenül széttöredezik, a *c) ábrán* láthatjuk, hogy kettő kisebb csoport vált le a hálózatról, a *d) ábrán* pedig teljesen izolált csoportokat találunk.



6. ábra

Csomópontok meghibásodásának hatása a hálózatra

Forrás: Barabási 2017

A véletlenhálózat-modellben a csomópontok számának hibája egyenes arányosságban áll a fennmaradó csomópontok közötti kommunikáció lassulásával. Mivel minden csomópontnak közel azonos számú kapcsolata van, mindegyik egyenlő mértékben járul hozzá a hálózat átmérőjéhez (átmérő: a legrövidebb utak leghosszabbika), így bármely csomópont eltávolítása ugyanakkora kárt okoz.

Ezzel szemben a skálafüggetlenhálózat-modellben a növekvő hibaszint ellenére a hálózat átmérője változatlan marad, így a hálózat csomópontjai közötti kommunikáció fennmarad, még akkor is tökéletesen el tudja látni az alapvető feladatait, ha a csomópontok akár 5%-a megsemmisül.

A skálafüggetlen hálózatok robusztussága az óriáskomponens létezésével és az egyenlőtlen fokszámeloszlással magyarázható. A véletlenszerű csomópont-meghibásodások esetén az óriáskomponens semmilyen esetben sem tűnik el, mivel a csomópontok többsége kevés kapcsolattal rendelkezik, így azok meghibásodása nem jár súlyos veszteségekkel. A skálafüggetlen hálózatokban csak néhány kiemelkedően nagy csomópontot találunk, így annak a valószínűsége, hogy a véletlen folytán ezen összekötők esetében lépjen fel valamilyen hiba, igen csekély.

Igazán figyelemre méltó a robusztusság jelensége az internet esetében. Az internet skálafüggetlen hálózat, tehát a számítógépekből és routerekből álló infrastruktúra szokatlanul robusztus a véletlen meghibásodásokkal szemben, kicsi az esélye annak, hogy a fő csomópontok essenek ki a működésből. Hasonlóképpen a világháló működésében annak a valószínűsége, hogy egy helyi önkormányzat, egy egyetem vagy egy kisvállalat honlapja meghibásodik, nagy, de a teljes web fennmaradására nincs különösebb hatással. Ugyanakkor, ha egy középpont esik ki (például google.com, facebook.com vagy amazon.com), akkor a hálózat topológiája súlyosan sérül. De mi a helyzet akkor, ha egy meghibásodás nem véletlenül történik?

4.2.2. Támadástűrés

A skálafüggetlen hálózatokban nem lehet eléggé hangsúlyozni, hogy mennyire fontos szerepet játszanak a középpontok. Mivel a középpontok teremtik meg a kisvilág-jelenséget, így ha azok megsemmisülnek, a hálózat egymással kommunikálni képtelen, elszigetelt csoportokra bomlik szét.

Normális körülmények között annak a valószínűsége, hogy a csomópontok meghibásodása a középpontoknál kezdődjön meg, nagyjából nulla. Pontosan ezért a legnagyobb fokszámmal rendelkező csomópontok egymás utáni meghibásodása egy célzott támadás képét mutatja. Egy szándékos támadásnál a támadó fél célja, hogy a lehető legnagyobb csapást mérje a hálózatra, így az megállíthatatlanul összeomlik, megsemmisül. A legegyszerűbben ezt úgy lehet megtenni, ha a támadó sorban eltávolítja az összekötőket. Ehhez ismernie kell a hálózat felépítését, valamint tudnia kell, hogyan támadhatók meg a középpontok.

Annak ellenére, hogy a skálafüggetlen hálózatok meglehetősen robusztusak egy véletlen támadással szemben, látnunk kell, hogy a célzott támadás esetén nagyon törékenyek. Az internet mint hálózat szempontjából ez egy nagyon rossz tulajdonság, megmutatja, mennyire sebezhető szándékos támadás esetén. Egy ilyen támadási forgatókönyvet ír le Kovács László és Krasznay Csaba kutatók sokszor idézett cikke, a Digitális Mohács, amelyben a szakértők bemutatják, hogy számtalan kritikusinfrastruktúra-elem mennyire könnyen támadható. Bár részletezik a támadás lépéseit, alapvetően látnunk kell, hogy ezek a rendszerek nagyrészt azért támadhatók, mert skálafüggetlenek.

Természetesen nem felejtkezhetünk el arról, hogy a legtöbb valós hálózatban sokféle ellenőrző és visszajelző rendszer működik, amelyek segítenek a hálózatnak túlélni egy meghibásodást. Az internet protokolljai is úgy lettek megtervezve, hogy eltereljék a forgalmat a meghibásodott útválasztóktól, így fenntartsák a pontok közötti kommunikációt.

5. Összefoglalás

A fejezet áttekintést nyújtott a hálózattudomány alapjairól, a véletlen hálózatok elméletéről, a skálafüggetlenségről és az internetről mint hálózatról.

Megvizsgáltuk a véletlenhálózat-modellt, amely segített megérteni, hogyan modellezhetjük a valós életben előforduló komplex rendszereket. Megtanultuk a véletlen hálózat létrehozásának módszerét és alapvető tulajdonságait, és láttuk azt is, hogy a véletlen hálózat miért nem alkalmas a valós hálózatok leírására. Magyarázatot kaptunk arra, honnan ered a kisvilág-jelenség, és mit is jelent pontosan.

Megtanultuk, hogy a skálafüggetlenség azt jelenti, hogy egy adott hálózatban nem találunk tipikus vagy átlagos pontot, ezeknek a hálózatoknak nincsen egy belső skálája. A hálózatok fokszámeloszlása a hatványfüggvény-eloszlást követi, a pontok így kapcsolataik száma alapján egy hierarchikus rendbe tagozódnak. A csomópontok között találunk sok viszonylag kevés kapcsolattal rendelkező pontot és néhány kiemelkedően magas kapcsolattal rendelkező csomópontot, amelyeket középpontoknak vagy huboknak nevezünk. A skálafüggetlen hálózat további jellemzői: a folyamatos növekedés, az univerzalitás és az ultrakisvilág-tulajdonság.

A fejezet utolsó részében megvizsgáltuk, hogy az internet mint skálafüggetlen hálózat milyen tulajdonságokkal rendelkezik. Láttuk azt, hogy milyen tulajdonság segít a weblapoknak középpontokká válni, valamint azt, hogy az infrastruktúra a véletlen támadásokkal szemben kifejezeten robusztus rendszer, ám a célzott támadások esetén nagyon sérülékeny lehet.

Fogalmak

- véletlen hálózat
- óriáscsoport
- kis világ
- ultrakis világ
- klaszterezettségi együttható
- Watts–Strogatz-modell
- Poisson-eloszlás
- Pareto-elv / hatványfüggvény-eloszlás
- skálafüggetlenség
- középpont, hub
- univerzalitás
- Barabási–Albert-modell
- fejlődő hálózat
- alkalmasság
- robusztusság

Áttekintő kérdések

1. Kik alkották meg a véletlen hálózatok elméletét?
2. Sorolja fel a véletlen hálózatok létrehozásának lépéseit!
3. Mi az óriáskomponens, és mi szükséges a megjelenéséhez?
4. Mit jelent a „hatlépésnyi távolság”?
5. Írja fel a kisvilág-jelenség matematikai képletét!
6. Mit jelent a klaszterezettségi együttható, és milyen szerepe van a hálózatok vizsgálata során?
7. Alkalmas a véletlenhálózat-modell a valódi hálózatok leírására? Válaszát érvekkel támassza alá!
8. Mi a középpont, és milyen szerepet játszik a hálózatban?
9. Mit jelent a skálafüggetlenség? Milyen jellemzői vannak a skálafüggetlen hálózatoknak?
10. Mit jelent az alkalmasság a weboldalak tekintetében?
11. Magyarázza meg, hogyan reagálnak a véletlen és a skálafüggetlen hálózatok a véletlen meghibásodásokra!
12. Mi a különbség a skálafüggetlen hálózatok robusztusságában véletlen meghibásodás és szándékos támadás esetén? Miért?

Felhasznált irodalom

BARABÁSI, A.-L. (2017): *A hálózatok tudománya.* Budapest, Libri.

GUARE, J. (1990): *Six degrees of separation: A play.* New York, Vintage.

Ajánlott irodalom

ALBERT, R. – JEONG, H. – BARABÁSI, A.-L. (1999): Internet: Diameter of the world-wide web. *Nature,* Vol. 401, No. 6749. 130–131.

ALBERT, R. – JEONG, H. – BARABÁSI, A.-L. (2000): Error and attack tolerance of complex networks. *Nature,* Vol. 406, No. 6794. 378.

BACKSTROM, L. – BOLDI, P. – ROSA, M. – UGANDER, J. – VIGNA, S. (2012): Four degrees of separation. In *Proceedings of the 4th Annual ACM Web Science Conference.* ACM. 33–42.

BALÁZS, G. (2017): Hálózatkutatás és nyelvtudomány. *Magyar Nyelvőr,* 141. évf. 1. sz. 20–32.

BARABÁSI, A.-L. (2003): *Behálózva. A hálózatok új tudománya*. Budapest, Magyar Könyvklub.

BIANCONI, G. – BARABÁSI, A.-L. (2001): Competition and multiscaling in evolving networks. *EPL (Europhysics Letters),* Vol. 54, No. 4. 436–442. DOI: https://doi.org/10.1209/epl/i2001-00260-6

BOLLOBÁS, B. – RIORDAN, O. (2004): The diameter of a scale-free random graph. *Combinatorica,* Vol. 24, No. 1. 5–34. DOI: https://doi.org/10.1007%2Fs00493-004-0002-2

BRODER, A. – KUMAR, R. – MAGHOUL, F. – RAGHAVAN, P. – RAJAGOPALAN, S. – STATA, R. – TOMKINS, A. – WIENER, J. (2000): Graph structure in the web. *Computer Networks,* Vol. 33, No. 1–6. 309–320. DOI: https://doi.org/10.1016%2Fs1389-1286%2800%2900083-9

ERDŐS, P. – RÉNYI, A. (1959): On random graphs, I. *Publicationes Mathematicae Debrecen,* Vol. 6. 290–297.

Erdős, P. – Rényi, A. (1960): On the evolution of random graphs. *Publ. Math. Inst. Hung. Acad.,* Vol. 5. 17–61.

Goldenberg, J. – Libai, B. – Muller, E. (2001): Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth. *Marketing Letters,* Vol. 12, No. 3. 211–223. DOI: https://doi.org/10.1023%2Fa%3A1011122126881

Keviczky, L. (2000): Az internet rövid története. Az információs társadalom. In Demetrovics, J. – Keviczky, L. szerk.: *Magyarország az ezredfordulón (Stratégiai kutatások a Magyar Tudományos Akadémián. VII. Közlekedés, hírközlés, informatika fejlesztése).* Budapest, MTA. 211–229.

Koronváry, P. (2009): *Rendszertan: elektronikus bevezető jegyzet a ZMNE hallgatói és a helyi önkormányzatok vezetői számára.* Budapest, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem.

Kovács, L. – Krasznay Cs. (2010): Digitális Mohács: Egy kibertámadási forgatókönyv Magyarország ellen. *Nemzet és Biztonság,* 3. évf. 1. sz. 44–56.

Licklider, J. C. R. (1960): Man-computer symbiosis. *IRE transactions on human factors in electronics,* Vol. 1, No. 1. 4–11.

Licklider, J. C. R. (1963): *Memorandum For: Members and Affiliates of the Intergalactic Computer Network.* Elérhető: www.kurzweilai.net/memorandum-for-members-and-affiliates-of-the-intergalactic-computer-network (A letöltés dátuma: 2018. 02. 10.)

Mahoney, J. – Rueschemeyer, D. (2003): *Comparative Historical Analysis in the Social Sciences.* Cambridge, Cambridge University Press.

Munk, S. (2010): Hálózatok fogalma, alapjai. *Hadmérnök,* 5. évf. 3. sz. 176–186.

Solomonoff, R. – Rapoport, A. (1951): Connectivity of random nets. *Bulletin of Mathematical Biology,* Vol. 13, No. 2. 107–117. DOI: https://doi.org/10.1007%2Fbf02478357

Travers, J. – Milgram, S. (1969): An experimental study of the small world problem. *Sociometry,* Vol. 32, No. 4. 425–443. DOI: https://doi.org/10.2307%2F2786545

Vákát oldal